注意：この問題は数研部員が独自に作成した予想問題です。学校とは一切関係ありません。

2022年度

高等部入学試験問題

数　　　学

（60分間）

【注 意 1】

1. 問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までです。
2. 答えは，すべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

【注 意 2】

1. 答えは，最も簡単な形で書きなさい。
2. 分数は，これ以上約分できない分数の形で答えなさい。
3. 根号のつく場合は，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$のように根号の中を最も小さい正の整数にして答えなさい。

【注意】受験番号は，算用数字で横書きにすること。

受験番号				

氏名	

$\boxed{1}$　次の各問いに答えよ。

（１）$(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{2})^2(\sqrt{3}+\sqrt{5}-2\sqrt{2})^3-(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{2})^3(\sqrt{3}+\sqrt{5}-2\sqrt{2})^2$を計算せよ。

（２）$x^2-y^2=p$を満たす自然数x，yが存在しないような素数pをすべて求めよ。

（3） 座標平面上に，3 点 $A(3,\ 5)$，$B(1,\ -4)$，$C(-6,\ 7)$をとり，3 点からの距離が等しい点を O とする。このとき，A を通り AO に垂直な直線ℓの式を求めよ。

（4） 赤いカードが 1 枚，青いカードが 2 枚，白いカードが 3 枚，計 6 枚が入った袋がある。

サイコロを振り，袋からカードを 1 枚取り出す。これを 1 回の操作とする。サイコロの出た目が 1 のとき，取り出したカードの色が白であれば次の操作を行わない。また，サイコロの出た目が 2 か 3 のときに取り出したカードの色が青，サイコロの出た目が 4，5，6 のときに取り出したカードの色が赤であっても次の操作を行わない。このとき，操作が 3 回で終了する確率を求めよ。

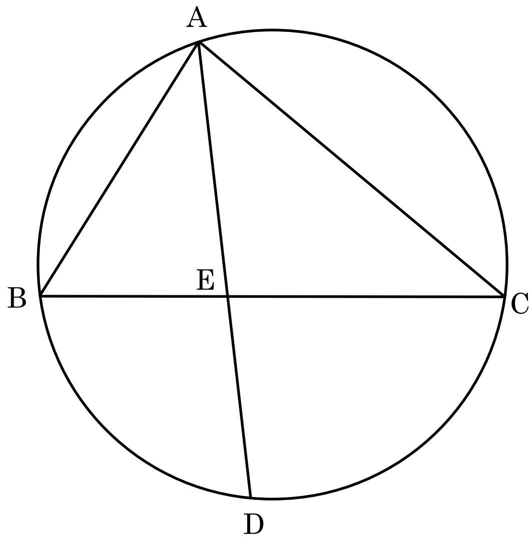
ただし，1 回の操作において取り出したカードはその操作の終了後に袋に戻すものとする。

$\boxed{2}$　次の各問いに答えよ。

（1）　$x>0$，$y>0$ のとき，次の連立方程式を解け。途中過程もすべて記述せよ。

$$\begin{cases} 3x^2+5y^2=25 \\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=2 \end{cases}$$

（２） 下の図のように，円周上に４点A，B，C，Dがあり，∠BAD＝∠ADC，AD＝BCである。ADとBCの交点をEとして，次の①，②に答えよ。



① BE＝ECとなるとき，四角形ABDCは正方形であることを証明せよ。

② BD＝3，AC＝4のとき，線分ABの長さを求めよ。

3　nを自然数として，次の各問いに答えよ。

（１）　$n+5$ が 7 の倍数で，$n+7$ が 5 の倍数となるようなnのうち，小さいほうから 2022 番目のものを求めよ。

（２）　次の文章は，　$n+2021$ が 2022 の倍数で，$n+2022$ が 2021 の倍数となるようなnのうち，小さいほうから 3 番目のものを求める過程を途中まで示したものである。この過程にのっとり，これ以降の過程を記述せよ。

（過程）

$n+2021$ は 2022 の倍数であるから，kを自然数として，$n+2021=2022k$…①とおける。

同様にmを自然数として，$n+2022=2021m$…②とおける。

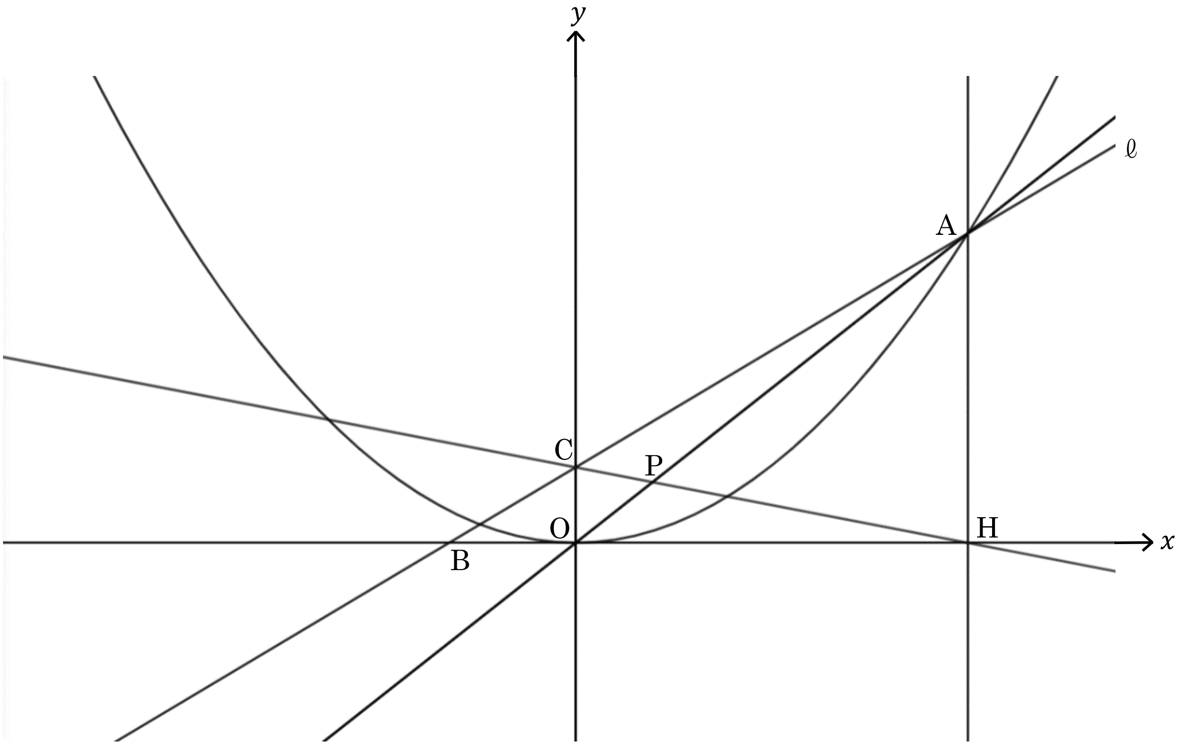
①の両辺に 2022，②の両辺に 2021 をたして

$n+4043=2022k+2022=2022(k+1)$…③，$n+4043=2021m+2021=2021(m+1)$…④

ゆえに　$n+4043=2022(k+1)=2021(m+1)$…④

（3） a，bを互いに素な２以上の自然数とする。$n+a$がbの倍数となり，$n+b$がaの倍数となるようなnのうち，最小のものをa，bを用いて表せ。

4　下の図のように，放物線$y=ax^2\ (a>0)$と直線ℓが交わっており，これらの交点のうちx座標が正のものを点Aとする。直線ℓは，x軸と点B$(-1,\ 0)$で，y軸と点Cで交わっている。また，点Aからx軸に下ろした垂線の足をHとし，直線OAと直線CHの交点を点Pとする。直線ℓの傾きをmとして，次の各問いに答えよ。



（1）　直線BPの傾きをmを用いて表せ。

（２） 直線 BP と直線 AH の交点を点 Q とすると，BQ＝AH であった。次の①，②に答えよ。

① mの値を求めよ。

② さらに，AC＝AH のとき，aの値を求めよ。

5　半径9の球と1辺aの正方形ABCDを底面とする正四角すいO−ABCDがあり，正四角すいのすべての頂点はこの球の表面上にある。次の各問いに答えよ。

ただし，正四角すいの高さをh，体積をVとする。

（1）　aの値の範囲を求めよ。

（2）　hの値として考えられるもののうち，最も大きいものをaを用いて表せ。

（３） Vが整数で，aも整数のとき，Vの値として考えられるものをすべて求めよ。

〔以　下　余　白〕